

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 1993/94

April 1994

ZMC 110/4 - Kalkulus dan Aljabar Linear

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi EMPAT muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini. Jawab kesemua ENAM soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1.(a) Tentukan domain dan julat fungsi-fungsi berikut:

$$[i] \quad h(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$$

$$[ii] \quad f(x) = \ln \left| \frac{x+2}{x^3-1} \right|$$

(40/100)

(b) Dapatkan semua nombor nyata yang mematuhi ketaksamaan-ketaksamaan yang berikut

$$[i] \quad \frac{x}{8-x} \geq -2$$

$$[ii] \quad |2x + 1| > |x - 5|$$

(30/100)

(c) Dapatkan terbitan bagi fungsi-fungsi ini:-

$$[i] \quad G(x) = (\tan x)^x$$

$$[ii] \quad g(x) = x^{\sin x} \cos x$$

(30/100)

- 2 -

2.(a) Diberi

$$f(x) = \frac{(x+4)}{\sqrt{x}}$$

- [i] Tentukan domain dan julat  $f(x)$
- [ii] Tentukan titik genting dan titik lengkok balas fungsi ini
- [iii] Tunjukkan diselang-selang mana fungsi ini meningkat, menurun, cengkung keatas dan cengkung kebawah
- [iv] Lakarkan graf  $f(x)$

(70/100)

(b) Cari asimtot mengufuk dan menegak bagi

$$f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$$

(30/100)

dan lakarkan grafnya.

- 3.(a) [i] Jejari suatu belon sfera dianggarkan 30.0 cm dengan ralat pengukuran maksimum sebanyak 0.5 cm. Carikan ralat maksimum bagi pengiraan isipadu sfera tersebut.
- [ii] Lukiskan kawasan yang dibatas oleh graf-graf persamaan berikut dan carikan keluasan kawasan yang terbatas.

$$x = y^2, y - x = 2, y = -2, y = 3$$

(50/100)

(b) Kirakan kamiran berikut;

$$[i] \int x (3^{-x^2}) dx$$

$$[ii] \int \frac{1}{x \log_{10} x} dx$$

(50/100)

- 3 -

4.(a) Carikan  $f'(x)$  jika

$$[i] \quad f(x) = x^{\sin x}$$

$$[ii] \quad f(x) = e^{-x} \operatorname{arcsec} e^{-x}$$

(40/100)

(b) Kirakan kamiran berikut;

$$[i] \quad \int x^3 \sinh x \, dx$$

$$[ii] \quad \int \tan^2 x \sec^4 x \, dx$$

$$[iii] \quad \int \frac{5x^3 - 3x^2 + 7x - 3}{(x^2 + 1)^2} \, dx$$

(60/100)

5.(a) Tentukan had-had yang diberikan dibawah:-

$$[i] \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \cos \frac{1}{x} \right)^x$$

$$[ii] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - (a+1)^x}{x}$$

(40/100)

(b) Tunjukkan samada siri sebutan positif yang berikut

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k k!}{k^k}$$

menumpu atau mencapah.

(30/100)

(c)

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\ln k}{k}$$

siri yang diberikan di atas adalah siri berselang.  
Tunjukkan dengan menggunakan ujian siri berselang samada siri ini menumpu secara mutlak atau bersyarat, atau mencapah.

(30/100)

- 4 -

6.(a) Carikan songsang bagi matriks dibawah ini

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(30/100)

(b) Kirakan penentu/determinan bagi matriks dibawah ini dengan menurunkan kepada bentuk baris e selon.

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 & 8 & -6 \\ 0 & -3 & 0 & -1 \\ 3 & 3 & -4 & -2 \\ -2 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

(30/100)

(c) Selesaikan sistem persamaan dibawah dengan menggunakan Petua Cramer.

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 &= -2 \\ 4x_1 &- 3x_3 = 0 \end{aligned}$$

(40/100)

- oooOooo -